

5 octobre – 9 octobre

Suites dans un EVN – Polynômes et réduction

Espaces vectoriels normés

- Norme sur un $\mathbb{K}$ -espace vectoriel ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$). Normes $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathbb{K}^n$, normes $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_\infty$ sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{K})$. Norme sur un espace produit.
- Boules ouvertes, fermées. Parties bornées, parties convexes. Les boules sont convexes.
- Suites, suites convergentes dans un espace vectoriel normé. Suites extraites et valeurs d'adhérence. Bolzano-Weierstrass sur $\mathbb{C}$.
- Normes équivalentes. Comparaison de normes. Si deux normes sont équivalentes, toute suite convergente (resp. bornée) pour l'une est convergente (resp. bornée) pour l'autre.
- Equivalence des normes en dimension finie (admis pour le moment).
- Séries vectorielle. En dimension finie, toute série absolument convergente est convergente.

Polynômes et réduction

- Polynômes d'endomorphismes, polynômes de matrices.
- $\mathbb{K}$ -algèbres commutatives $\mathbb{K}[u]$, $\mathbb{K}[A]$, où $u \in \mathcal{L}(E)$, $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
- Polynômes annulateurs. Polynôme minimal en dimension finie.
- Deux matrices semblables ont même polynôme minimal. Polynôme minimal d'une matrice diagonalisable.
- Si P est annulateur de u , alors toute valeur propre de u est racine de P .
- Théorème de Cayley-Hamilton (preuve vue en cours mais non exigible).
- Les racines du polynôme minimal sont les valeurs propres.
- Lemme de décomposition des noyaux.
- u est diagonalisable $\Leftrightarrow u$ est annulé par un polynôme simplement scindé $\Leftrightarrow \mu_u$ est simplement scindé.
- Si u est diagonalisable et F est stable par u , alors l'endomorphisme induit u_F est diagonalisable.
- u est trigonalisable $\Leftrightarrow u$ admet un polynôme annulateur scindé $\Leftrightarrow \mu_u$ est scindé.
- Sous-espaces caractéristiques. Si χ_u est scindé, la dimension du sous-espace caractéristique est la multiplicité de la valeur propre associée.
- Réduction d'un endomorphisme à polynôme annulateur scindé : écriture de la matrice dans une base adaptée à la décomposition en somme de sous-espaces caractéristiques.

À venir : Suites et séries de fonctions – Intégrale sur un intervalle quelconque.