

21 septembre – 25 septembre

Réduction des endomorphismes

- La colle commencera par un rapide exercice d'application et/ou question de cours sur les séries. Le reste de la colle portera sur la réduction des endomorphismes.

Réduction des endomorphismes

- Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.
- Toute somme de sous-espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.
- En dimension finie, le nombre de valeurs propres est majoré par la dimension de E .
- Si $u, v \in \mathcal{L}(E)$ commutent, les sous-espaces propres de u sont stables par v .
- Polynôme caractéristique d'une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, d'un endomorphisme en dimension finie. Coefficients de degré n , $n - 1$ et 0 .
- Polynôme caractéristique d'une matrice triangulaire, d'une matrice triangulaire par blocs, de l'endomorphisme induit sur un sous-espace stable.
- Endomorphismes et matrices carrées diagonalisables. En dimension n , tout endomorphisme ou matrice possédant n valeurs propres distinctes est diagonalisable.
- Un endomorphisme ou une matrice est diagonalisable si et seulement si :
 - ◇ l'espace ambiant est somme directe de ses sous-espaces propres,
 - ◇ la dimension de l'espace ambiant est la somme des dimensions des sous-espaces propres,
 - ◇ son polynôme caractéristique est scindé et la dimension de chaque sous-espace propre est égale à la multiplicité de la valeur propre associée.
- Endomorphismes et matrices carrées trigonalisables. Un endomorphisme ou une matrice est trigonalisable ssi son polynôme caractéristique est scindé.
- Endomorphismes, matrices nilpotents. En dimension finie, un endomorphisme est nilpotent ssi son polynôme caractéristique est scindé et il n'a que 0 pour valeur propre.

Note pour les colleurs : Attention, les polynômes annulateurs, polynômes d'endomorphismes et matriciels n'ont pas été vus, ils le seront dans un prochain chapitre.

Séries numériques

- Révisions MPSI. Convergence, divergence, absolue convergence. Propriétés des séries. Théorèmes de comparaisons pour les séries à termes positifs. Critère spécial des séries alternées.
- Comparaison série intégrale, application à la recherche d'équivalent.
- Règle de d'Alembert.
- Sommation des relations de comparaison. Lemme de Cesàro.

À venir : Séries et familles sommables – Espaces vectoriels normés.